

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**А.А. Марченко, В.С. Гулий, Д.В. Настенко**

# **ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ КУРСОВА РОБОТА**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра,  
які навчаються за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та  
електромеханіка», спеціалізацією «Системи управління виробництвом і розподілом  
електроенергії»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2019

Рецензент: *Денисюк П.Л.*, канд. техн. наук, доц. каф. відновлюваних джерел енергії, факультету електроенерготехніки та автоматики  
Відповідальний редактор *Яндульський О.С.*, д-р техн. наук, проф., декан факультету електроенерготехніки та автоматики

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 10 від 20.06.2019 р.)  
за поданням Вченої ради факультету електроенерготехніки та автоматики (протокол № 10 від 27.05.2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

*Марченко Анатолій Андрійович*, канд. техн. наук, доц.  
*Гулий Володимир Сергійович*, ас.  
*Настенко Дмитро Васильович*, ст. викл.

# ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ КУРСОВА РОБОТА

Теорія автоматичного керування: Дослідження системи автоматичного регулювання: Курсова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», спеціалізації «Системи управління виробництвом і розподілом електроенергії» / А. А. Марченко, В. С. Гулий, Д. В. Настенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,23 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 31 с.

В навчальному посібнику розглядаються питання пов'язані з дослідженням системи автоматичного регулювання. Зокрема розглянуто методи: перетворення структурних схем, складання рівнянь статички та динаміки, оцінки стійкості та якості системи. Основним методом дослідження системи автоматичного регулювання є математичне моделювання. Навчальний посібник містить матеріали з усіх розділів курсової роботи та включає теоретичні відомості, індивідуальні завдання і порядок їх виконання. Виконання курсової роботи з дисципліни Теорія автоматичного керування сприяє закріпленню та узагальненню отриманих знань впродовж навчання а також забезпечує комплексну підготовку майбутніх фахівців.

© А. А. Марченко, В.С. Гулий, Д.В. Настенко, 2019  
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

## Зміст

Вступ.....	4
Завдання .....	6
Етапи виконання.....	9
1. Перетворення структурної схеми.....	10
2. Визначення передавальних функцій .....	13
3. Складання рівняння статички та динаміки методом виключення змінних .....	14
4. Оцінка стійкості системи за критеріями.....	16
4.1. Алгебраїчні критерії стійкості.....	17
4.1.1. Оцінка стійкості системи за критерієм Рауса.....	17
4.1.2. Оцінка стійкості системи за критерієм Гурвіца .....	17
4.2. Частотні критерії стійкості .....	19
4.2.1. Критерій Михайлова .....	19
4.2.2. Критерій Найквіста: .....	21
4.2.3. Критерій Боде .....	22
5. Побудова D-розбиття в площині 2-х параметрів.....	23
6. Побудова кривих перехідного процесу .....	26
7. Оцінка показників якості системи .....	28
Література .....	30
Додаток (титольний лист) .....	31

## Вступ

Теорія автоматичного керування – це наука, що вивчає закони управління, принципи управління, принципи побудови систем управління (СУ), а також методи аналізу та синтезу систем управління. Загалом, керування - сукупність впливів на який-небудь технологічний процес або систему, що забезпечує досягнення зазначеної мети. Регулювання - більш вузьке поняття й відрізняється від останнього тим, що зміна стану системи змінюється по заздалегідь заданому закону.

Принцип керування по відхиленню є одним з найбільш ранніх і широко розповсюджених принципів керування. Зворотний зв'язок, утворений регулятором, називається головним зворотним зв'язком. Зворотний зв'язок можна виявити в багатьох процесах. У суспільних установах зворотний зв'язок при керуванні встановлюється за допомогою здійснення контролю виконання. Принцип зворотного зв'язку є досить універсальним принципом.

Всі автоматичні системи можна розділити на два великих класи:

1. Автомати, які виконують якого-небудь роду одноразові або багаторазові операції. До них відносяться: автомат включення освітлення, гвинтівка-автомат і т.д.

2. Автоматичні системи, які протягом досить довгого часу змінюють (або підтримують незмінними) які-небудь фізичні величини (координати рухливого об'єкта, швидкість руху, електрична напруга, частота, температура, гучність звуку і т.д.) у тому чи іншому регульованому процесі. До них відносяться автоматичні регулятори, слідкуючі системи, автопілоти, деяка обчислювальна техніка та вимірювальні прилади, системи дистанційного керування і т.д.

У даній курсовій роботі буде розглядатися автоматична система другого класу. Системи другого класу діляться на розімкнуті (РС) і замкнуті системи (ЗС). Характерним для РС є те, що процес роботи системи не залежить прямим чином від результату її дії на регульований об'єкт. ЗС існують в техніці у вигляді різних СУ, обчислювальних систем, компенсаційних систем виміру, телекерування і т.д. Під час роботи пристроїв і систем автоматичного регулювання потрібно прийняти до

уваги те, що параметри систем, зовнішні умови, у яких вони повинні працювати, не бувають постійними в часі. Зміна їх у часі призводить до появи в експлуатаційних пристроях і системах перехідних процесів. Таким чином, для повної оцінки працездатності системи й встановлення якості її в реальних умовах необхідно вивчити властивості перехідних процесів, розробити спеціальні методи й пристрої, які забезпечать потрібні властивості перехідних процесів. Поняття стійкості СУ зв'язано із властивістю повертатися в стан рівноваги після зникнення зовнішніх сил, які вивели її з цього стану. Методи перевірки стійкості системи залежать від технічної постановки завдання, форми завдання параметрів системи, наявних обчислювальних засобів. Вирішення завдання забезпечення стійкості неможливе без використання пристроїв автоматичного регулювання. А саме за допомогою цих пристроїв у деяких випадках забезпечується рівновага всієї системи. Особлива увага приділяється критеріям, які дозволяють визначити стійкість без знаходження коренів характеристичного рівняння. Розглядаються визначення параметрів, які забезпечують стійкість системи шляхом побудови областей стійкості.

Виконання курсової роботи з дисципліни "Теорія автоматичного керування " має завдання розвитку у студентів навичок застосування отриманих знань при виконанні завдань дослідження конкретних автоматичних систем, активізація самостійної роботи студентів, спонукання до вивчення додаткового матеріалу за дисципліною. Для досягнення зазначеної мети студент повинен при виконанні курсової роботи самостійно отримувати математичне опис заданої системи, провести дослідження та виконати аналіз системи.

## Завдання

Для виконання даної курсової роботи, студенту відповідно до його варіанту\* надається схема та відповідні до неї дані.

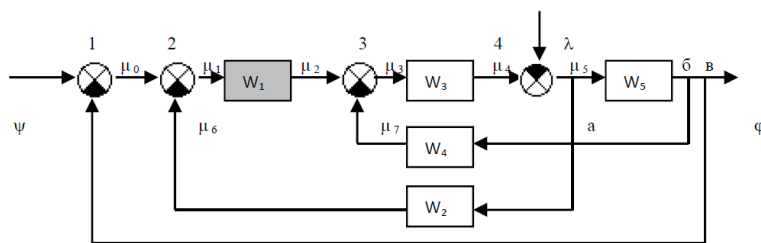
\*Варіант надає викладач. Він складається з 2-х цифр (Приклад: 99). Перша цифра відповідає номеру схеми, друга номеру відповідних даних.

Подані схеми:

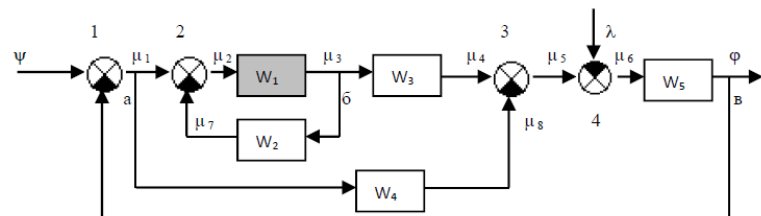
\*На суматорах на схемі, зафарбовані сектори це знак мінус.

### Варіанти схем АСР

№1

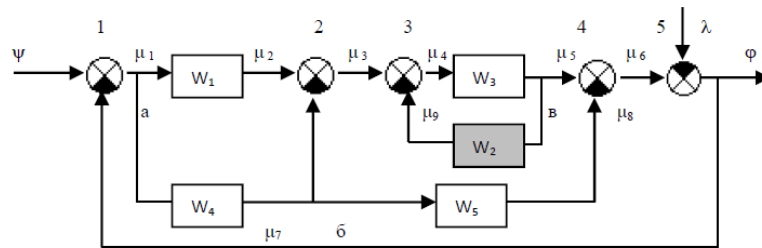


№2

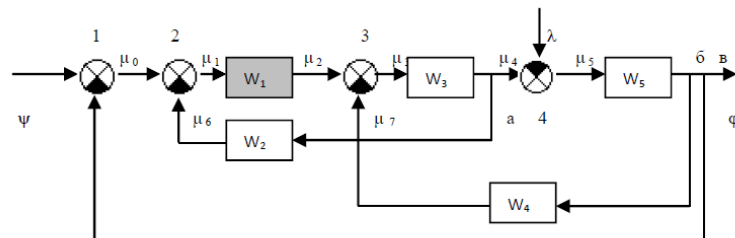


# Варианти схем АСР

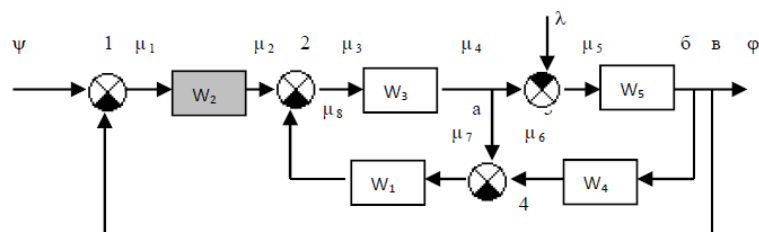
№3



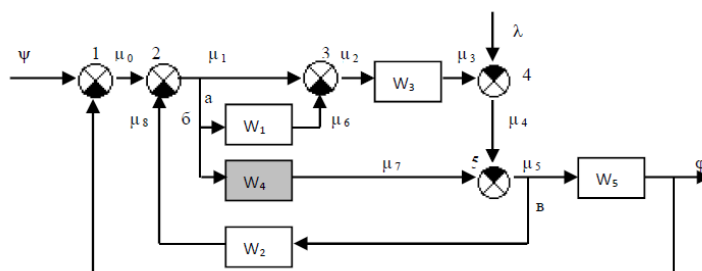
№4



№5



№6



Вхідні дані:

$W_1 = \frac{K_1}{T_1 p + 1}$
$W_2 = \frac{K_2}{T_2 p + 1}$
$W_3 = K_3$
$W_4 = \frac{K_4}{p}$
$W_5 = K_5$

Таблиця 1 – Параметри схем.

Парам.	Варіант								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K <sub>1</sub>	50	90	31	13	9	9	11	7	21
K <sub>2</sub>	11	19	7	4	2.7	2.5	1.7	1.6	9
K <sub>3</sub>	1.5	1.1	1.6	1.05	1.03	1	1.7	1.36	1.3
K <sub>4</sub>	0.8	1.2	1.1	2	1.3	1.3	0.9	0.9	1.2
K <sub>5</sub>	1.2	5	4	2	2	2	3	3	7
T <sub>1</sub>	3	5	0.9	0.8	0.8	1	1	1.1	0.9
T <sub>2</sub>	5	4	3	0.9	0.8	1	1.1	2	0.9

### ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ПОРЯДОК ЗДАЧІ:

Робота повинна містити: титульний лист, завдання, календарний план, вступ, наявність всіх етапів роботи (описаних нижче), файли MATLAB з відповідними обрахунками чи перетвореннями, висновок та список літератури. Теоретичний опис, висновки, повинні бути єдиними і оригінальними (не плагіат). У пункті 6, зробити порівняння перетворених передавальних функцій з вхідними (використовуючи MATLAB).



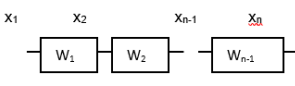
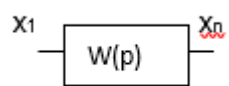
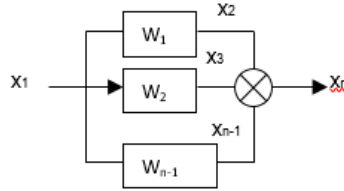
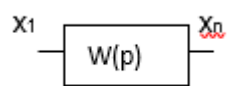
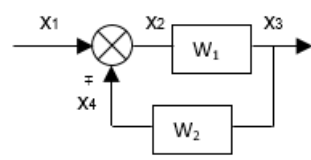
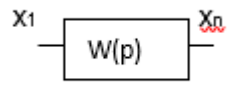

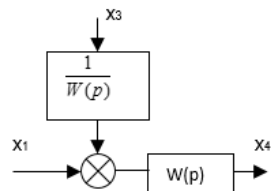
## Етапи виконання

1. Перетворення структурної схеми;
2. Визначення передавальних функцій:
  - a. Розімкнена система по вхідному впливу;
  - b. Розімкнена система по збурюючому впливу;
  - c. Замкнена система по вхідному впливу;
  - d. Замкнена система по збурюючому впливу;
  - e. Замкнена система відносно похибки по вхідному впливу;
3. Складання рівнянь статички та динаміки методом виключення змінних;
4. Оцінка стійкості САР:
  - a. Метод Рауса;
  - b. Метод Гурвіца;
  - c. Метод Михайлова;
  - d. Метод Найквіста;
  - e. Метод ЛЧХ;
5. Побудова областей D-розбиття для параметрів виділеної ланки;
6. Побудова графіків перехідних процесів;
7. Оцінка показників якості системи, покращення показників якості за допомогою коригуючої ланки у випадку невідповідності;
8. Висновки;
9. Література.

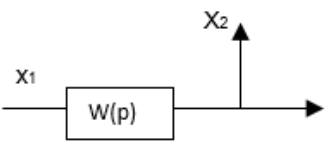
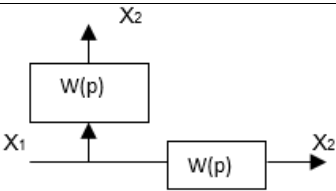
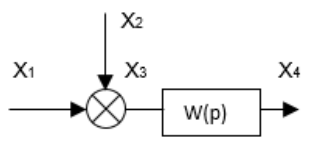
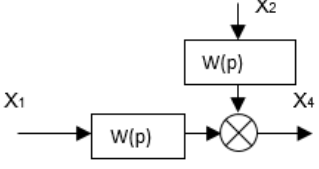
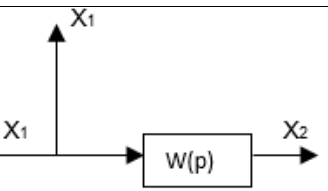
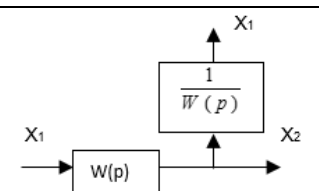

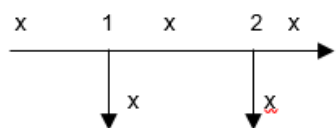
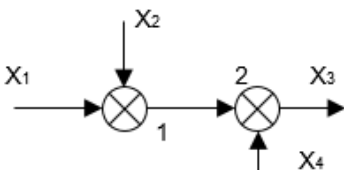
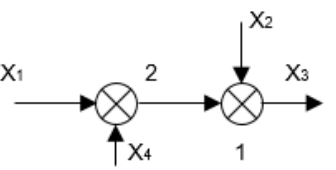
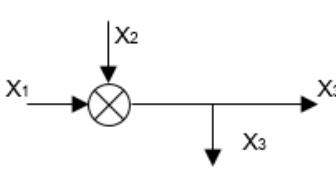
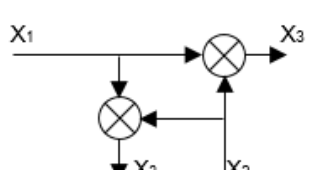
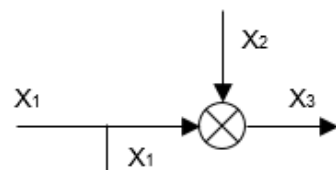
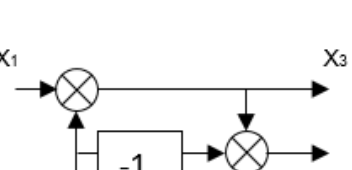
# 1. Перетворення структурної схеми

Зображення системи регулювання у вигляді сукупності динамічних ланок з зазначенням зв'язків між ними носить назву структурної схеми. Структурна схема може бути складена на основі відомих рівнянь системи, і навпаки, рівняння системи можуть бути отримані з структурної схеми. Однак перше завдання може мати різні варіанти вирішення (структурні схеми). Тоді як друга задача має завжди єдине рішення. Структурна схема часто є доволі простою і її складання не потребує особливих зусиль. Однак у деяких випадках, коли структурна схема виявляється складною і містить багато різних перехресних зв'язків, можна спробувати її спростити і звести до найпростішого вигляду. Перетворення структурних схем лінійних систем робиться на основі певних правил. Деякі з них наведені в табл.1.1:

Таблиця 1.1. – Таблиця перетворення типових структурних схем

Перетворення	Початкова схема	Еквівалентна схема	Рівняння
Послідовне з'єднання ланок			$W(p) = \prod_{i=1}^{n-1} W_i(p)$
Паралельне з'єднання ланок			$W(p) = \sum_{i=1}^{n-2} W_i(p)$
Зустрічно паралельне з'єднання ланок			$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_2(p)}$
Перенос суматора через ланку проти ходу сигналу			$X_1 W(p) + X_2 = X_4$ $X_1 + X_2(1/W(p)) = W(p)X_4$

Продовження таблиці 1.1.

Перетворення	Початкова схема	Еквівалентна схема	Рівняння
Перенос вузла через ланку проти ходу сигналу			$X_1 W(P) = X_2$
Перенос суматора через ланку за ходом сигналу			$(X_1 + X_2)W(P) = X_4$ $X_1 W(p) + X_2(P)W(P) = X_4$
Перенос вузла через ланку за ходом сигналу			$X_1 W(P) = X_2$ $X_1 W(P)(1/W(p)) = X_1$
Перенос вузла через вузол			
Перенос суматора через суматор			
Перенос суматора через вузол за ходом сигналу			
Перенос суматора через вузол проти ходу сигналу			

Приклад: Виконати спрощення наведеної структурної схеми, скориставшись правилами перетворень:

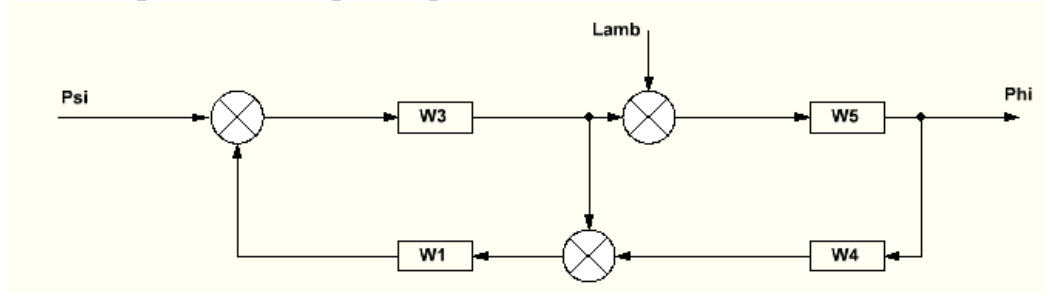


Рисунок 1.1 – Вихідна тестова структурна схема

Крок 1: Перенесемо нижній суматор через ланку  $W1$ , по ходу сигналу та об'єднаємо послідовні ланки  $W1$  та  $W4$ :

$$W_6 = W_1 \cdot W_4$$

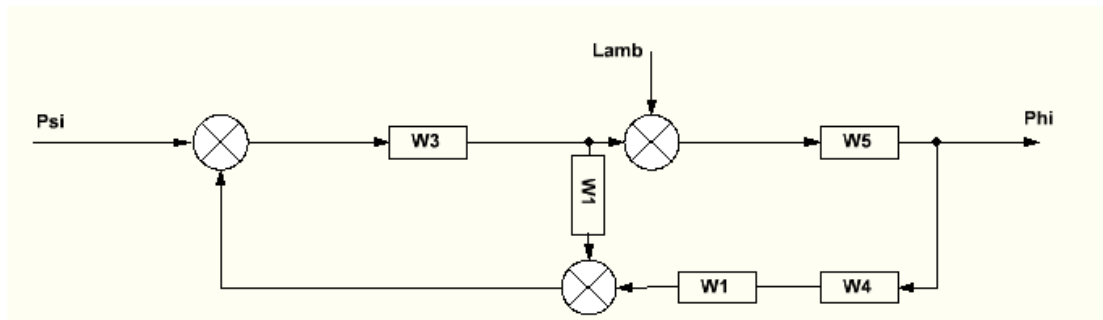


Рисунок 1.2 – Тестова структурна схема після 1-го кроку перетворення

Крок 2: Об'єднаємо  $W3$  та  $W1$ :

$$W_7 = \frac{W_3}{1 + W_1 \cdot W_3}$$

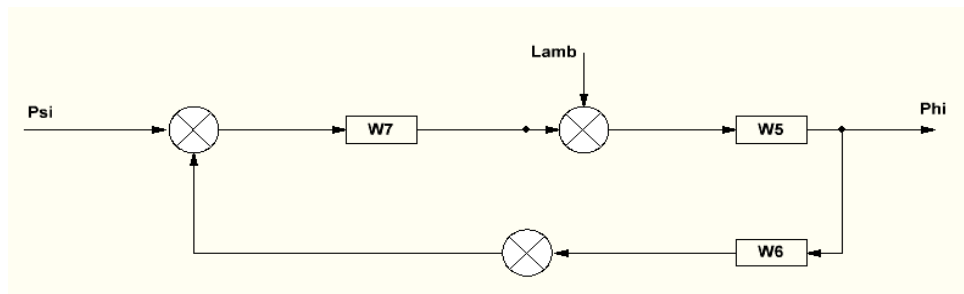


Рисунок 1.3 – Тестова структурна схема після 2-го кроку перетворення

Далі виконуємо згідно з правил, наведених в таблиці всі інші перетворення.

## 2. Визначення передавальних функцій

Динаміку АСР регульованої величини при  $y(t)$  по каналу збурюючої дії  $f(t)$  можна записати:

$$A(p)y(p) = B(p)f(p)$$

Якщо це рівняння перетворити по Лапласу, використовуючи теорему лінійності і диференціювання, то перетворене рівняння за формою запису буде збігатися з символічною формою запису. Відмінність в тому, що потрібно записати їх зображення оригіналів  $f(t)$ ,  $y(t)$ .

$$A(p)Y(p) = B(p)F(p)$$

Можна записати:

$$\frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}$$

Відношення вихідної величини системи  $Y(p)$  до зображення вхідного впливу (збурення) при нульових початкових умовах називається передавальною функцією системи.

Приклад: визначити передавальну функцію розімкненої системи (РС):

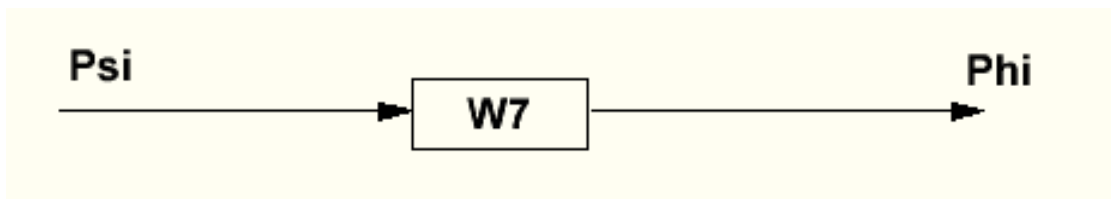


Рисунок 2.1. – Вихідна тестова структурна схема

$$\text{Де } W_7 = \frac{W_3}{1 + W_1 \cdot W_3} = \frac{\frac{K_3}{T_1 \cdot p}}{1 + \frac{K_2}{1 + T_2 \cdot p} \cdot \frac{K_3}{T_1 \cdot p}} = \frac{\frac{8}{2 \cdot p}}{1 + \frac{6}{1 + 4 \cdot p} \cdot \frac{8}{2 \cdot p}} = \frac{\frac{8}{2 \cdot p}}{1 + \frac{6}{1 + 4 \cdot p} \cdot \frac{8}{2 \cdot p}} = \frac{16p + 64p^2}{96p + 4p^2 + 16p^4}$$

Для замкненої системи (1) та з.с. відносно помилки (2) використовуватимемо формули:

$$W_{з.с.}(p) = \frac{W_{p.c.}(p)}{1 + W_{p.c.}(p)} \quad (1)$$

$$W_{з.п.}(p) = \frac{\Delta}{\psi} = \frac{1}{1 + W_{p.c.}} \quad (2)$$

### 3. Складання рівняння статички та динаміки методом виключення змінних

Дослідження системи автоматичного регулювання або її елементів пов'язане з вивченням процесів, що протікають як в самій системі, так і в її елементах. Характер і напрямок протікання процесів відповідає тим чи іншим фізичним законам, математичне формулювання яких для даної системи і визначає рівняння, що описують процеси в елементах і системі. Ці рівняння можуть бути лінійними диференціальними з постійними коефіцієнтами.

Будь-яка система автоматичного регулювання складається з пов'язаних між собою елементів. Тому диференціальне рівняння системи можна отримати, складаючи рівняння окремих елементів.

Стан регулятора характеризується регулюючим впливом, який є вихідним сигналом і вхідним впливом.

Рівняння, яке оцінює стан системи в часі, визначає перехідні процеси в системі і зазвичай називається рівнянням динаміки.

Це рівняння може бути як лінійним, так і нелінійним.

Якщо припустити, що рівняння динаміки для деякої системи або елемента є нелінійним, то в сталому режимі при постійних впливах, поведінка системи або елемента визначається рівнянням статички.

Для даної схеми  $m=\mu$ .

Приклад: для наведеної структурної схеми скласти рівняння динаміки

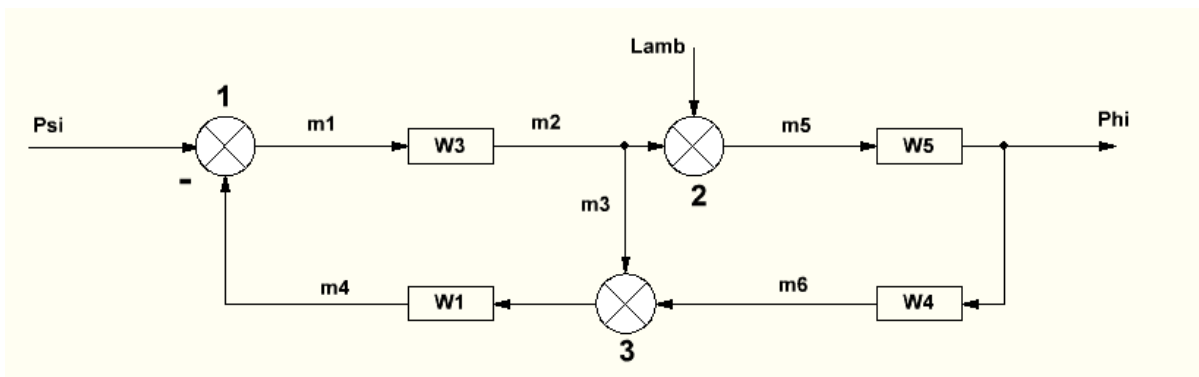


Рисунок 3.1. – Вихідна тестова структурна схема

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \psi - \varphi \\ \mu_2 = \mu_1 \cdot W_3 \\ \mu_3 = \mu_2 + \mu_6 \\ \mu_4 = \mu_3 \cdot W_1 \\ \mu_5 = \mu_2 + \lambda \\ \mu_6 = \varphi \cdot W_4 \\ \varphi = \mu_5 \cdot W_5 \end{array} \right.$$

Далі, виражаючи значення одне від одного (розв'язуючи систему знаходимо  $\Phi$ ), знаходимо рівняння статички та динаміки.

$$\frac{16p + 64p^2}{96p + 4p^2 + 16p^4} \psi + \frac{6p + 64}{42p + 4p^2 + 16} \lambda,$$

де  $A$  і  $B$  рівняння в результаті розв'язку системи.

Далі підставляємо  $p=0$  (при  $\lambda = 0$ ) і отримаємо рівняння статички:

$$\varphi = 0$$

#### 4. Оцінка стійкості системи за критеріями

Для того щоб система автоматичного регулювання могла нормально виконувати приписані їй функції, необхідно, перш за все, забезпечити стійкість її руху. В процесі роботи на систему діють різні збурюючі сили, викликаючи відхилення її від заданого закону руху. Якщо під впливом збурення система відхилилася від стану рівноваги або заданого закону руху і після припинення повернулася до вихідного стану, то рух системи є стійким, що повертається до вихідного стану.

Існують три поняття стійкості: стійкість у малому (якщо існує область стійкості, але межі її не визначені), стійкість у великому (визначені межі стійкості для малих відхилень, при яких САУ повертається в стійкий стан) і стійкість в цілому (якщо САУ повертається у вихідний стан при будь-яких збурюючих впливах).

Так як рух динамічної системи описується диференціальним рівнянням високого порядку, то стійкість системи можна оцінити по кореню характеристичного рівняння виду:

$$D(p)x(t) = B(p)U(p) + C(p)Z(t)$$

де  $D(p) = 1 + W(p)$  – характеристичний поліном,

$W(p)$  – передатна функція розімкнутої САУ.

Для того щоб САУ була стійкою, необхідно й достатньо, щоб дійсні частини коренів характеристичного рівняння були від'ємними або лежали в лівій півплощині. Необхідні і достатні умови стійкості системи будь-якого порядку без рішення характеристичного рівняння, але з введенням у розгляд його коефіцієнтів, були знайдені і сформульовані у вигляді нерівностей Раусом в 1877 р. і незалежно від нього Гурвіцом в 1895 р.



## 4.1. Алгебраїчні критерії стійкості

### 4.1.1. Оцінка стійкості системи за критерієм Рауса.

Сутність критерію Рауса полягає в наступному: нехай заданий характеристичний поліном виду:  $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$

Таблиця 4.1. – Матриця поліномів

	1	2	3	
1	$C_{11}=a_0$	$C_{21}=a_2$	$C_{31}=a_4$	
2	$C_{12}=a_1$	$C_{22}=a_3$	$C_{32}=a_5$	
3	$C_{13}=0$	$C_{23}=0$	$C_{33}=0$	
...				
n+1				

Перший рядок таблиці заповнюється коефіцієнтами характеристичного рівняння з парними індексами. У другому рядку виписуються коефіцієнти з непарними індексами. Коефіцієнти в третьому рядку виражаються через елементи двох перших рядків, а в четвертому рядку - через елементи другого й третього рядків по формулах:

$$C_{k,i} = C_{k+1,i-2} - r_{i-3} C_{k+1,i-1}$$

$$r_{i-3} = \frac{C_{1,i-2}}{C_{1,i-1}}$$

Для того щоб САУ була стійкою, необхідно і достатньо, щоб всі коефіцієнти 1-го стовпця мали однаковий знак. Якщо це не виконується, то система нестійка.

Замкнена система по вхідному впливу

$$W_{3.в.}(p) = \frac{W_{р.в.}(p)}{1 + W_{р.в.}(p)}$$

### 4.1.2. Оцінка стійкості системи за критерієм Гурвіца

Оскільки критерій Рауса подано у формі алгоритму, що визначає послідовність математичних операцій, необхідних для вирішення задачі, використання його є незручним. Тому більшого поширення отримав алгебраїчний критерій стійкості,

сформульований математиком А. Гурвіцом. Нехай заданий характеристичний поліном:  $D(p)=a_0p^n+a_1p^{n+1}+\dots+a_n$

Складемо основний визначник Гурвіца:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

Складаємо визначники більш низького порядку:

$$\Delta_1 = a > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1} > 0$$

Система буде стійкою, якщо всі визначники Гурвіца мають один і той же знак. Розкриваючи визначники, можна отримати у вигляді окремих випадків критерії стійкості для системи першого, другого, третього, четвертого і більш високих порядків:

1 Рівняння першого порядку:

$$a_0p+a_1=0$$

2 Рівняння другого порядку:

$$a_0p^2+a_1p+a_2=0$$

3 Рівняння третього порядку:

$$a_0p^3+a_1p^2+a_2p+a_3=0$$

4 Рівняння четвертого порядку:

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0$$

5 Рівняння п'ятого порядку:

$$a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5 = 0$$

Як видно, вже для рівняння п'ятого порядку умови стійкості за критерієм Гурвіца виходять досить громіздкими. Тому використання цього критерію практично обмежується рівняннями четвертого порядку.

Застосуємо цей метод для нашого випадку.

Беремо замкнуту систему та записуємо її характеристичний поліном.

$$W_{з.в.}(p) = \frac{W_{р.в.}(p)}{1 + W_{р.в.}(p)}$$

Істотним недоліком критерію Гурвіца є також те, що для рівнянь високих порядків у найкращому разі можна одержати відповідь на те, чи стійка або нестійка система автоматичного регулювання. При цьому у випадку нестійкої системи критерій не дає відповіді на те, яким чином треба змінити параметри системи, щоб зробити її стійкою. Ця обставина привела до пошуків інших критеріїв, які були б зручнішими в інженерній практиці.

## 4.2. Частотні критерії стійкості

### 4.2.1. Критерій Михайлова

Критерій Михайлова є дуже зручним для аналізу лінійних систем, особливо високого порядку ( $n \geq 5$ ).

Оцінка стійкості системи за даним критерієм виконується на підставі характеристики (годографа) Михайлова, яка будується таким чином:

1. У характеристичному рівнянні замкнутої системи

$$a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n = L(p)$$

виконують підстановку  $p = j\omega$ , де  $j = \sqrt{-1}$ , після чого вираз годографа Михайлова отримують у вигляді:

$$L(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n.$$

2. Вираз  $L(j\omega)$  ділять на дві частини - дійсну  $A(\omega)$  і уявну  $B(\omega)$ . При цьому годограф Михайлова приймає вид:

$$L(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega),$$

$$\text{де } A(\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - a_{n-6}\omega^6 + \dots$$

$$B(\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\omega^5 - \dots$$

3. Задаючи значення  $\omega$  в межах від 0 до  $+\infty$ , на комплексній площині в координатах  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$  будують годограф Михайлова, радіус-вектор  $L(\omega)$  якого при зміні  $\omega$  від 0 до  $+\infty$  обертається проти годинникової стрілки.

Оцінка стійкості системи відбувається по вигляду і розміщенню кривої  $L(j\omega)$  щодо квадрантів площини  $A(\omega)$ - $B(\omega)$ .

Записуємо характеристичний поліном замкнутої системи та будуємо годограф Михайлова (рис.4.1):

$$W_{з.в.}(p) = \frac{W_{р.в.}(p)}{1 + W_{р.в.}(p)}$$

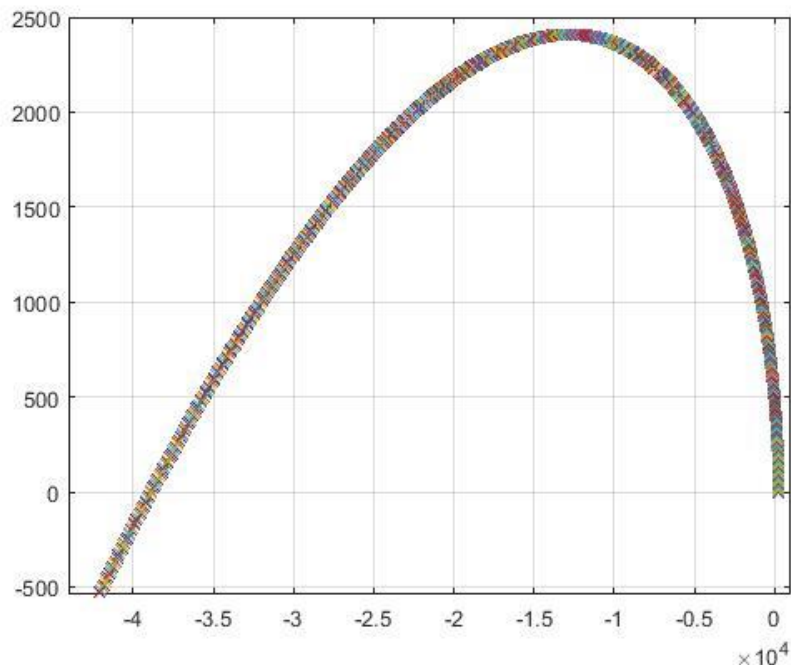


Рисунок 4.1 – Приклад кривої Михайлова

В даному прикладі виконується умова, що крива Михайлова для стійкої САУ при зміні  $\omega$  від 0 до  $= \infty$  закінчується в тому квадранті, номер якого дорівнює ступеню характеристичного рівняння. А в нашому випадку так і відбувається тому крива закінчується в третьому квадранті.

#### 4.2.2. Критерій Найквіста

Особливістю критерію Найквіста є те, що він дає можливість:

1. Оцінювати динамічні властивості замкнутих систем по частотних характеристиках відповідних розімкнутих систем;
2. Досліджувати динамічні властивості ЗС при відсутності рівнянь динаміки системи або її окремих компонентів.

Якщо система автоматичного управління стійка в розімкненому стані, то для її стійкості в замкненому стані необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи  $W(j\omega)$  при зміні  $\omega$  від нуля до нескінченності не охоплювала точку з координатами  $(-1; j0)$  комплексної площини.

Застосуємо цей метод для нашого випадку.

Беремо розімкнуту систему:  $W_{p.v.}(p) = \frac{\varphi}{\psi}$  та будуємо АФЧХ.

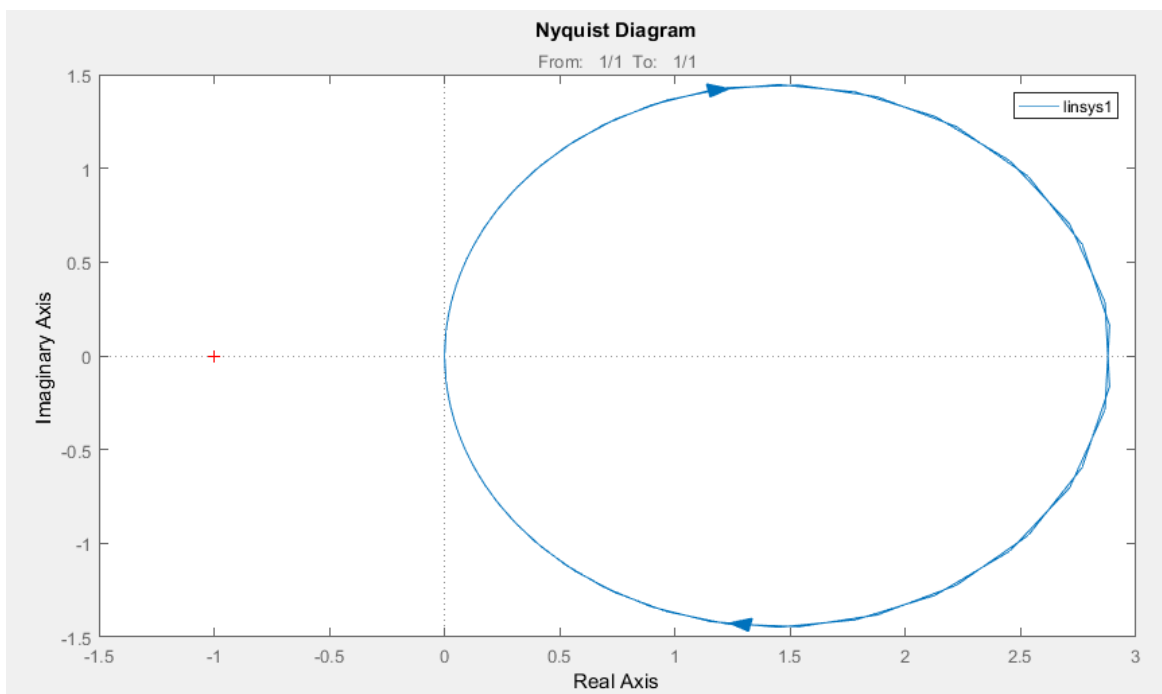


Рисунок 4.2 – Діаграма Найквіста

Аналіз рис.4.2 показав, що АФЧХ не перетинає критичну точку  $(-1; j0)$  відповідно система стійка.

### 4.2.3. Критерій Боде

Оцінка стійкості замкнутої системи за допомогою критерію Боде може бути визначена за логарифмічними характеристиками розімкнутої системи. Для цього потрібно знати два критерії:

1 Для того щоб САУ була стійкою в замкненому стані, необхідно і достатньо, щоб різниця між кількістю від'ємних і додатних переходів  $+\pi$  і  $-\pi$ , була  $=0$ ;

2 Для того щоб САУ була стійкою в замкненому стані, необхідно і достатньо, щоб різниця між кількістю негативних і позитивних переходів  $+\pi$  і  $-\pi$  (де  $L(\omega) > 0$ ) дорівнювала  $L/2$ , де  $L$  - «кількість правих коренів характеристичного полінома, що знаходиться в правій півплощині».

Беремо розімкнуту систему по задаючому впливу:  $W_{p.v.}(p) = \frac{\varphi}{\psi}$  та будуємо ЛЧХ (рис.4.3).

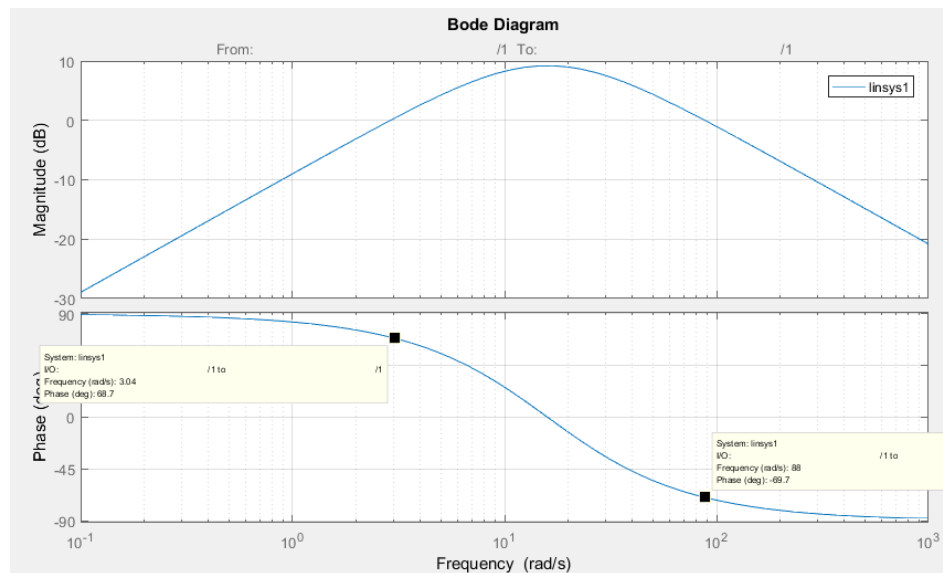


Рисунок 4.3 – ЛЧХ досліджуваної системи

Аналізуючи отримані діаграми, можна зробити висновок, що система стійка оскільки АФХ не переходить через значення  $-180$ .

## 5. Побудова D-розбиття в площині 2-х параметрів

При розрахунку і проектуванні системи автоматичного регулювання іноді буває необхідним досліджувати вплив її різних параметрів на стійкість. Для вирішення цього завдання служить побудова областей стійкості, тобто визначення таких значень параметрів, при яких система виявляється стійкою.

Область стійкості в площині двох параметрів була вперше побудована І. А. Вишнеградським при дослідженні системи регулювання третього порядку. Для знаходження границь області можна користуватися будь-яким критерієм стійкості. Область стійкості на площині двох параметрів може розташовуватися тільки всередині області, де всі коефіцієнти характеристичного рівняння додатні. Рівнянням коливальної межі стійкості (для систем, що описуються рівнянням не вище четвертого порядку) може служити рівність  $\Delta_{n-1} = 0$ .

Критерієм Михайлова можна користуватися при будь-якому порядку. Коливальній межі стійкості в цьому випадку відповідає рівність нулю характеристичного комплексу  $D(j\omega) = 0$ .

Але найбільше застосування отримав метод "D-розбиття", розроблений Ю. І. Неймарк. Припустимо, що два розглянутих параметра системи регулювання  $A$  і  $B$  входять лінійно в характеристичний комплекс. Тоді для межі стійкості коливального типу рівняння розпадається на два рівняння:

$$X(\omega, A, B) = 0$$

$$Y(\omega, A, B) = 0$$

Тут величина  $\omega$  дає значення чисто уявного кореня, тобто частоту гармонічних коливань системи. Два останніх вислови є параметричні рівняння межі стійкості при дотриманні додаткової умови заперечності дійсних частин всіх інших коренів, крім чисто уявних. Повна ж сукупність всіх кривих на площині параметрів, що розбиває всю площину на області з певним розподілом коренів, називається D-розбиттям площині параметрів. Для спрощення виділення границь області стійкості з усього комплексу кривих на площині двох параметрів вводиться штриховка цих кривих, вироблена за правилом:

“Переміщаючись уздовж кривої у бік збільшення  $W$ , треба штрихувати її з лівої сторони, якщо буде додатнім визначник, складений з часткових похідних:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial A} & \frac{\partial X}{\partial B} \\ \frac{\partial Y}{\partial A} & \frac{\partial Y}{\partial B} \end{vmatrix}$$

Якщо ж визначник від'ємний, то криву треба штрихувати праворуч.”

Беремо замкнуту систему та записуємо її характеристичний поліном.

Приклад:

$$W_{зс} = \frac{W_{pc}}{1+W_{pc}} = \frac{W_3}{1+W_3+W_1W_3} = \frac{K_3+T_2p^*T_1p}{T_1p^*K_2^*K_3+T_1p+T_2p^*T_1p^2}$$

Запишемо характеристичний поліном так:

$$D(p) = T_1pK_2K_3 + T_1p + T_2pT_1p^2, \text{ де } p=jw$$

$$D(p) = T_1jwK_2 * K_3 + T_1jw + T_2jwT_1jw^2$$

Будуємо D-розбиття за двома параметрами ланки  $W_2$ , а саме  $K_2$  та  $T_2$ . Інші параметри системи залишимо без змін.

$$D(p) = (16K_2 + 2jw + 2T_2jw)jw$$

Далі знаходимо  $K_2(w)$  і  $T_2(w)$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial A} & \frac{\partial X}{\partial B} \\ \frac{\partial Y}{\partial A} & \frac{\partial Y}{\partial B} \end{vmatrix}$$

знаходимо визначник і якщо він додатний то штрихуємо зліва



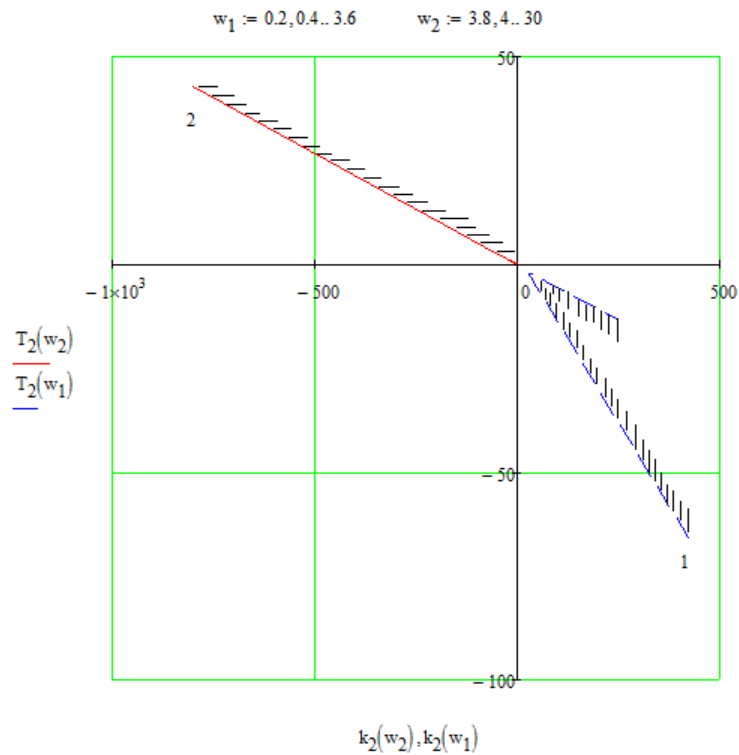


Рисунок 5.1 – Область стійкості на площині двох параметрів

Система буде стійкою при всіх значеннях  $T_2$  і  $K_2$ , якщо 1-й квадрант не перетинатиме жодна з ліній, в іншому випадку, треба визначити проміжок де система буде нестійкою.

## 6. Побудова кривих перехідного процесу

Вплив, прикладений до системи автоматичного регулювання, викликає зміну регульованої величини. Зміна регульованої величини в часі визначає перехідний процес, характер якого залежить від впливу та від властивостей системи.

Будь-яка дія, прикладена до системи, викликає перехідний процес. При знаходженні кривої перехідного процесу в системі автоматичного регулювання виникають дві складності. Перша складність полягає в тому, що в реальних системах регулювання керуючий та збурюючий впливи не є відомими функціями часу, а носять випадковий характер. У зв'язку з цим доводиться розглядати деякі типові вхідні дії. До числа типових впливів відносяться сигнали стрибкоподібного або ступінчастого вигляду, що виникають, наприклад, при включенні системи або при стрибкоподібному зміні навантаження. Друга складність полягає в тому, що зазвичай системи регулювання описуються диференціальними рівняннями порівняно високого порядку. Це ускладнює практичні розрахунки; тому для полегшення завдання побудови кривої перехідного процесу у багатьох випадках застосовувати обчислювальні пристрої.

***Схема розімкненої система по вхідному впливу і характеристика її перехідного процесу:***

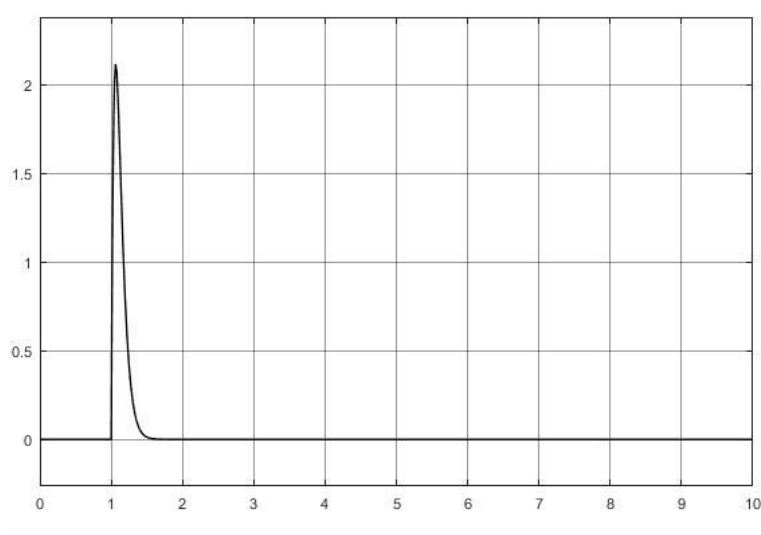


Рисунок 6.1 – Характеристика розімкненої системи по вхідному впливу

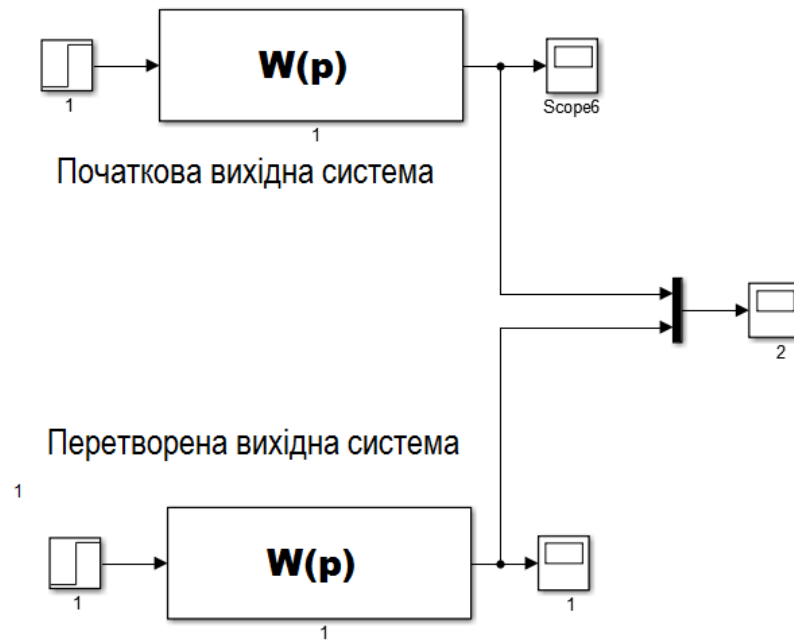


Рисунок 6.2 – Схематичне порівняння

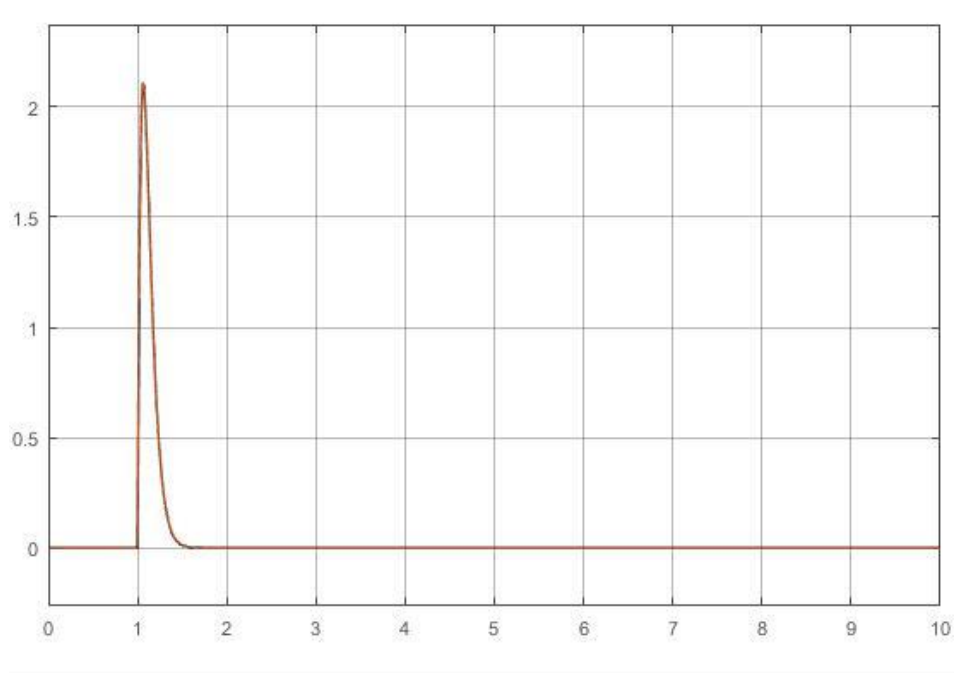


Рисунок 6.3 – Графічне порівняння

ПРИМІТКА:

\*Порівняння виконати для всіх 5-ти випадків, та для вихідної передавальної функції.

## 7. Оцінка показників якості системи

Якість системи автоматичного регулювання оцінюється багатьма показниками, серед яких: характер (вид) перехідного процесу, тривалість перехідного процесу, перерегулювання, точність (похибка) системи та інші, специфічні для окремих видів перехідних процесів.

Оцінюємо динамічну похибку за формулою: де  $a_0...3$  – коефіцієнти знаменника передавальної функції, а  $b_0...2$  – коефіцієнти чисельника передавальної функції.

$$I := \frac{b_2^2 \cdot a_0 \cdot a_1 + (b_1^2 - 2 \cdot b_0 \cdot b_2) \cdot a_0 \cdot a_3 + b_0^2 \cdot a_2 \cdot a_3}{2 \cdot a_0 \cdot a_3 \cdot (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3)}$$

Інтегральна оцінка використовується для вибору структури і параметрів САР. При цьому найкращими параметрами вважаються такі, при яких величина  $I$  має мінімальне значення. В нашому випадку можна вважати, що параметри підібрані вдало, так як значення  $I$  незначне.

### Статична похибка

Згідно тестового графіку ми бачимо що наша система астатична. Тому ми не можемо знайти статичну похибку.

### Перерегулювання

Аналіз тестового графіку перехідного процесу показав, що перерегулювання присутнє лише у випадку замкненої системи відносно похибки по вихідному впливу.

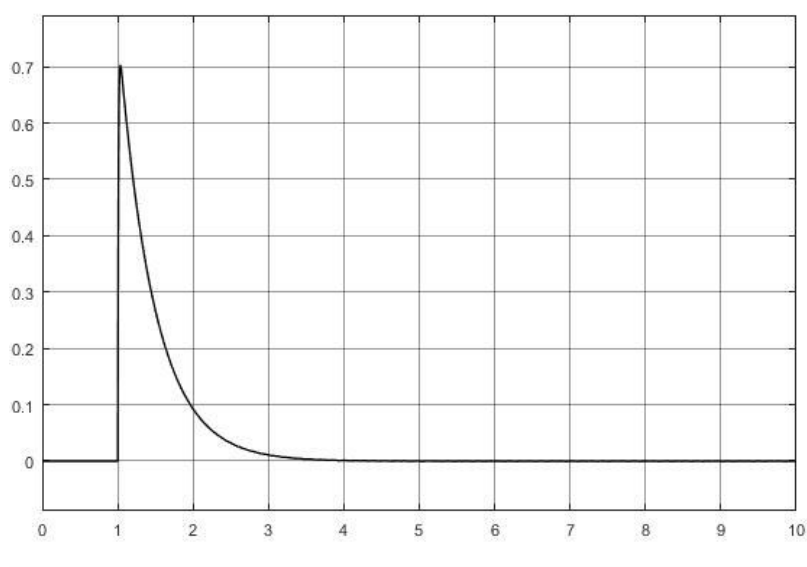


Рисунок 7.1 – Графік перехідного процесу

Перерегулювання визначається наступним чином:

$$y_1 := 0.7 \quad y_2 := 0$$

$$\eta := \frac{y_2}{y_1} = 0$$

Тому ніяких додаткових ланок у систему вводити не потрібно. Згідно цього графіку для ЗС по задаючому впливу ми бачимо , що час регулювання становить 3.5 с.

## **Література**

1. Иващенко Н.Н., «Теория и элементы систем. Учебник для вузов. Изд. 4-е, перераб. и доп.» М., “Машиностроение”, 1978.
2. В.А. Бессекерский, Е.П. Попов Теория автоматического регулирования.- М.: Наука, 1972
3. Попович М.Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник. –К.: Либідь, 1997.
4. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М.С Теорія автоматичного керування: Підручник. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008

## Додаток (титульний лист)

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Кафедра автоматизації енергосистем

### Курсова робота

з дисципліни “Теорія автоматичного керування. Частина 2.”

“Дослідження систем автоматичного регулювання”

Допущено до захисту

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 р.

Робота захищена

На оцінку: \_\_\_\_\_

№ залікової книжки: \_\_\_\_\_

Перевірів:

К.т.н., доц. Петренко П.П.

(вчений ступінь, посада, ПІБ викладача)

Виконав:

студент 3-го курсу

групи ЕК-31

Іваненко Іван

Іванович

(ПІБ студента)

Київ – 2019